Politechnika Wrocławska

Komputery

Wersja: 5 z drobnymi modyfikacjami!

Wojciech Myszka

2011-11-08 18:42:51 +0100

Odrobina historii matematyki

Jak liczono kiedyś

- używając części ciała (na palcach),
- nacięcia (karby) na kiju, kości,. . .
- węzły na sznurkach, przedmioty zgromadzone w pojemniku, sakiewce,
- na grupach (po dwa, po dwanaście,. . . : para, tuzin, kopa, gros – 144 czyli 12*12, mendel (15),. . .)

Odrobina historii matematyki I

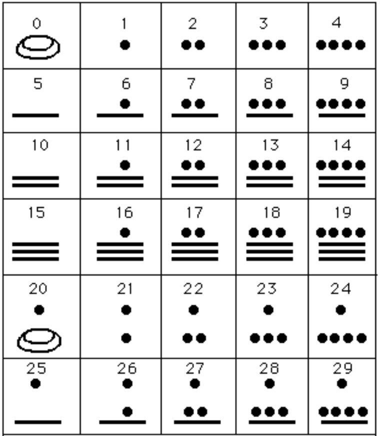
1. Babilończycy — system pozycyjny przy podstawie 60; nie znali zera; zostawiali miejsce puste,
2. Chiny — właściwie system dziesiętny, ale bez zera, cyfry zapisywane w sposób addytywny, zapis cyfr za pomocą „pałeczek”: jedności „stojąco”, dziesiątki „leżąco”, setki stojąco, tysiące leżąco, itd. Znali ułamki.

𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱
1	2	3	4	5	6	7	8	9
𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Odrobina historii matematyki II

3. Majowie — układ pozycyjny przy podstawie 20. Ciekawy zapis liczb mniejszych od 20: addytywny za pomocą kombinacji symboli 1 i 5

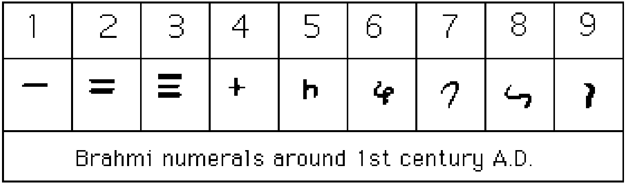
Odrobina historii matematyki III



Mayan positional number system

Odrobina historii matematyki IV

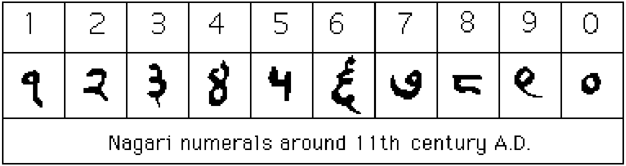
4. Indie – wprowadzili współczesny dziesiętny system pozycyjny i wprowadzili do niego zero.



Brahmi numerals around 1st century A.D.

Gupta numerals around 4th century A.D.

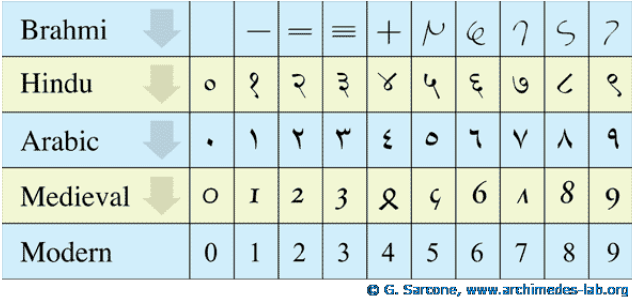
Odrobina historii matematyki V



Nagari numerals around 11th century A.D.

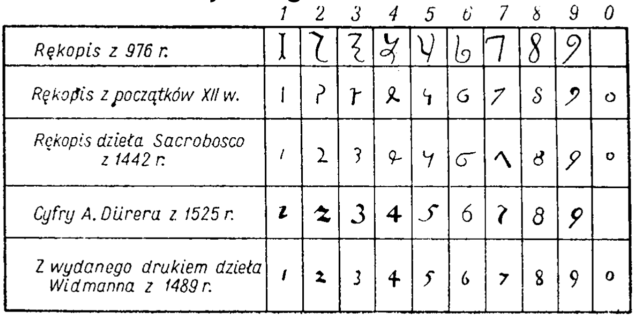
5. Arabowie — Nadali cyfrom ostateczną formę, system upowszechnili.

Odrobina historii matematyki VI



Odrobina historii matematyki VII

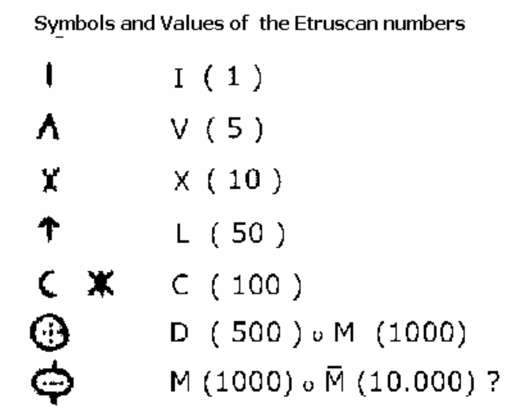
6. Europa — cyfry przyjęła od Arabów, ale ostateczna forma ewoluowała dosyć długo:



Liczby rzymskie I

Liczby rzymskie były w Europie dosyć długo (tak do XIV wieku) w powszechnym użyciu. Ich główną wadą (oprócz addytywności) jest brak zera (choć znaleziono co najmniej jeden zapis z użyciem litery N [nullo] jako zera). Liczby rzymskie są „pociotkiem” systemu używanego przez Etrusków.

Liczby rzymskie II



Liczby rzymskie III

Ułamki, szły jakoś tak:

–	1/12
=	2/12 or 1/6
– =	3/12ths or 1/4
==	4/12ths or 1/3
– ==	5/12ths
S	1/2
S –	1/2 plus 1/12th or 7/12ths
S =	1/2 plus 2/12ths or 2/3
S – =	1/2 plus 3/12ths or 3/4
S ==	1/2 plus 4/12ths or 5/6
S – ==	1/2 plus 5/12ths or 11/12ths

Odrobina historii matematyki

Systemy liczbowe

- addytywne (na przykład rzymski czy wcześniejszy hieroglificzny) wartość liczby jest sumą wartości znaków
- pozycyjne (na przykład dziesiętny) wartość znaków zależy od ich położenia w liczbie.

Odrobina historii matematyki

Systemy liczbowe

- addytywne (na przykład rzymski czy wcześniejszy hieroglificzny) wartość liczby jest sumą wartości znaków
- pozycyjne (na przykład dziesiętny) wartość znaków zależy od ich położenia w liczbie.

1234

Odrobina historii matematyki

Systemy liczbowe

- addytywne (na przykład rzymski czy wcześniejszy hieroglificzny) wartość liczby jest sumą wartości znaków
- pozycyjne (na przykład dziesiętny) wartość znaków zależy od ich położenia w liczbie.

1234 MCCXXXIV

Odrobina historii matematyki

Systemy liczbowe

- addytywne (na przykład rzymski czy wcześniejszy hieroglificzny) wartość liczby jest sumą wartości znaków
- pozycyjne (na przykład dziesiętny) wartość znaków zależy od ich położenia w liczbie.

  1234 MCCXXXIV

- System addytywny utrudnia wielce wykonywanie jakichkolwiek obliczeń.

Podstawa systemu liczbowego

1. Systemy pozycyjne zawsze korzystają z jakiejś podstawy służącej doi rozwijania wartości liczb.
2. Najczęściej korzystamy z systemu dziesiętnego:

$$1234.56 =$$

Podstawa systemu liczbowego

1. Systemy pozycyjne zawsze korzystają z jakiejś podstawy służącej doi rozwijania wartości liczb.
2. Najczęściej korzystamy z systemu dziesiętnego:

$$1234.56 = 1 * 10^3$$

Podstawa systemu liczbowego

1. Systemy pozycyjne zawsze korzystają z jakiejś podstawy służącej doi rozwijania wartości liczb.
2. Najczęściej korzystamy z systemu dziesiętnego:

$$1234.56 = 1 * 10^3 + 2 * 10^2$$

Podstawa systemu liczbowego

1. Systemy pozycyjne zawsze korzystają z jakiejś podstawy służącej doi rozwijania wartości liczb.
2. Najczęściej korzystamy z systemu dziesiętnego:

$$1234.56 = 1 * 10^3 + 2 * 10^2 + 3 * 10^1 +$$

Podstawa systemu liczbowego

1. Systemy pozycyjne zawsze korzystają z jakiejś podstawy służącej doi rozwijania wartości liczb.
2. Najczęściej korzystamy z systemu dziesiętnego:

$$1234.56 = 1 * 10^3 + 2 * 10^2 + 3 * 10^1 + 4 * 10^0$$

Podstawa systemu liczbowego

1. Systemy pozycyjne zawsze korzystają z jakiejś podstawy służącej doi rozwijania wartości liczb.
2. Najczęściej korzystamy z systemu dziesiętnego:

$$1234.56 = 1*10^3+2*10^2+3*10^1+4*10^0+5*10^{-1}$$

Podstawa systemu liczbowego

1. Systemy pozycyjne zawsze korzystają z jakiejś podstawy służącej doi rozwijania wartości liczb.
2. Najczęściej korzystamy z systemu dziesiętnego:

$$1234.56 = 1*10^3+2*10^2+3*10^1+4*10^0+5*10^{-1}+6*10^{-2}$$

Podstawa systemu liczbowego

1. Systemy pozycyjne zawsze korzystają z jakiejś podstawy służącej doi rozwijania wartości liczb.
2. Najczęściej korzystamy z systemu dziesiętnego:

$$1234.56 = 1*10^3 + 2*10^2 + 3*10^1 + 4*10^0 + 5*10^{-1} + 6*10^{-2}$$

3. Jaki system używany jest do zapisu kątów?

Podstawa systemu liczbowego

1. Systemy pozycyjne zawsze korzystają z jakiejś podstawy służącej doi rozwijania wartości liczb.
2. Najczęściej korzystamy z systemu dziesiętnego:

$$1234.56 = 1 * 10^3 + 2 * 10^2 + 3 * 10^1 + 4 * 10^0 + 5 * 10^{-1} + 6 * 10^{-2}$$

3. Jaki system używany jest do zapisu kątów?
4. 4D2.8F5C28F5C to 1234,56 zapisane w układzie szesnastkowym (w przybliżeniu).

Obliczenia

- Bardzo wcześnie pojawiła się też potrzeba prowadzenia obliczeń.
- Korzystano w tym celu z:
  - liczydeł (abakus),
  - różnych urządzeń mechanicznych (pascalina, arytmometr),
  - urządzeń analogowych (suwak logarytmiczny).
- W XIX wieku pojawiły się pomysły „mechanizacji" obliczeń (Babbage: differential engine, analitical engine).

Automatyzacja obliczeń

Załóżmy, że mamy do rozwiązani abardzo proste równanie:

$$4x + 3 = 12$$

Metoda postępowania może być taka:

Automatyzacja obliczeń

Załóżmy, że mamy do rozwiązani abardzo proste równanie:

$$4x + 3 = 12$$

Metoda postępowania może być taka:

- $$4x = 12 - 3$$

Automatyzacja obliczeń

Załóżmy, że mamy do rozwiązani abardzo proste równanie:

$$4x + 3 = 12$$

Metoda postępowania może być taka:

- $$4x = 9$$

Automatyzacja obliczeń

Załóżmy, że mamy do rozwiązani abardzo proste równanie:

$$4x + 3 = 12$$

Metoda postępowania może być taka:

- $$x = \frac{9}{4}$$

Automatyzacja obliczeń

Załóżmy, że mamy do rozwiązani abardzo proste równanie:

$$4x + 3 = 12$$

Metoda postępowania może być taka:

- $$4x = 12 - 3$$
- $$4x = 9$$
- $$x = \frac{9}{4}$$

Rozwiązaliśmy konkretny problem!

Automatyzacja obliczeń — przypadek ogólny

Załóżmy, że mamy do rozwiązani abardzo proste równanie:

$$ax + b = c$$

Metoda postępowania może być taka:

Automatyzacja obliczeń — przypadek ogólny

Załóżmy, że mamy do rozwiązani abardzo proste równanie:

$$ax + b = c$$

Metoda postępowania może być taka:

- $$ax = c - b$$

Automatyzacja obliczeń — przypadek ogólny

Załóżmy, że mamy do rozwiązani abardzo proste równanie:

$$ax + b = c$$

Metoda postępowania może być taka:

- $$x = \frac{c - b}{a}$$

Automatyzacja obliczeń — przypadek ogólny

Załóżmy, że mamy do rozwiązani abardzo proste równanie:

$$ax + b = c$$

Metoda postępowania może być taka:

- $$x = \frac{c - b}{a}$$

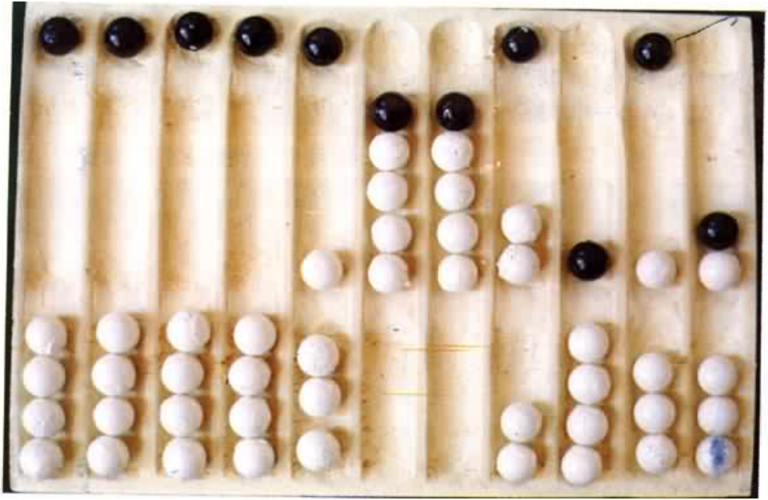
Zatem należy od c odjąć b, a uzyskany wynik podzielić przez a. Dostajemy metodę rozwiazywania **wszystkich** zadań tej postaci!

Automatyzacja obliczeń, cd

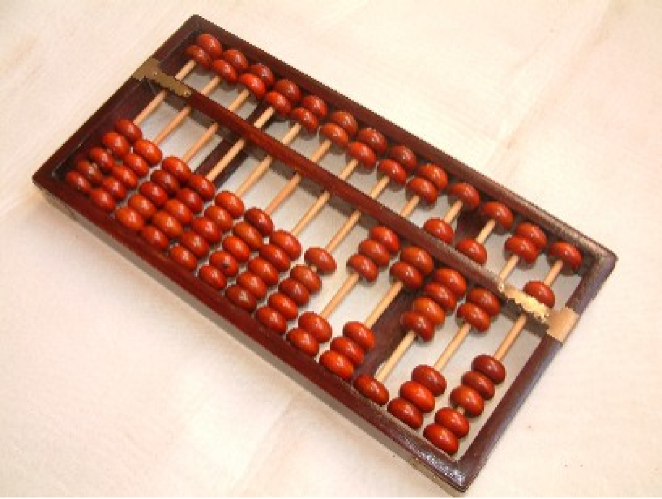
Znając matematykę, znajdziemy tam ogromne ilości „sposobów” na rozwiązywanie różnych mniej lub bardziej praktycznych problemów.
Pozostaje tylko problem jak *nasze urządzenie liczące* zagonić do takiej roboty?

- abakus
- liczydło?
- „mechaniczny kalkulator” (arytmometr)
- ...

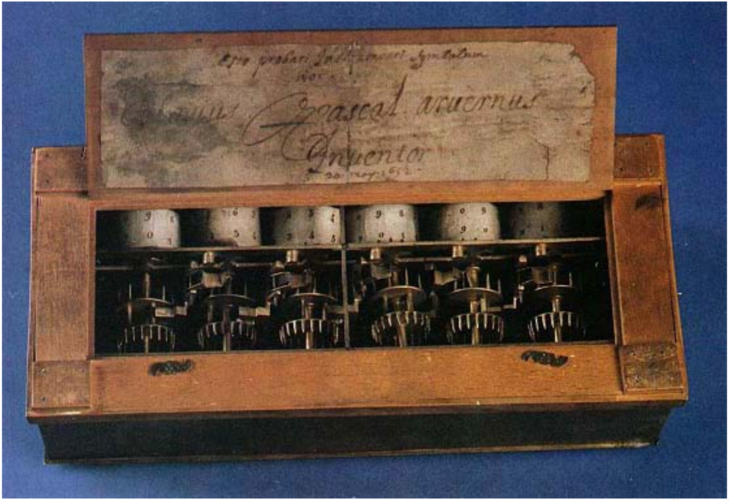
(Starodawne) Urządzenia liczące



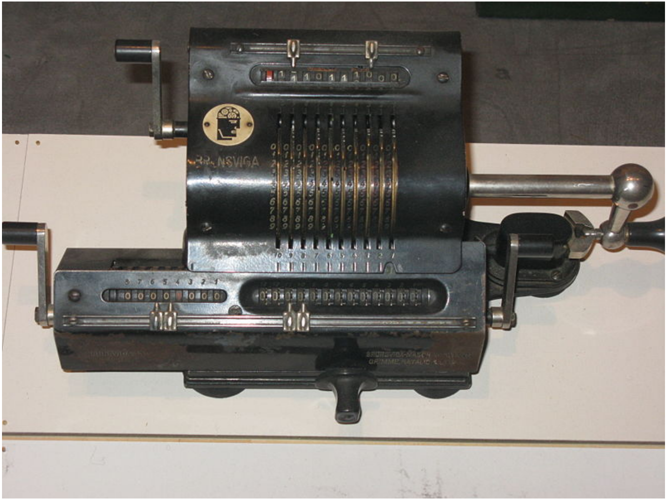
(Starodawne) Urządzenia liczące



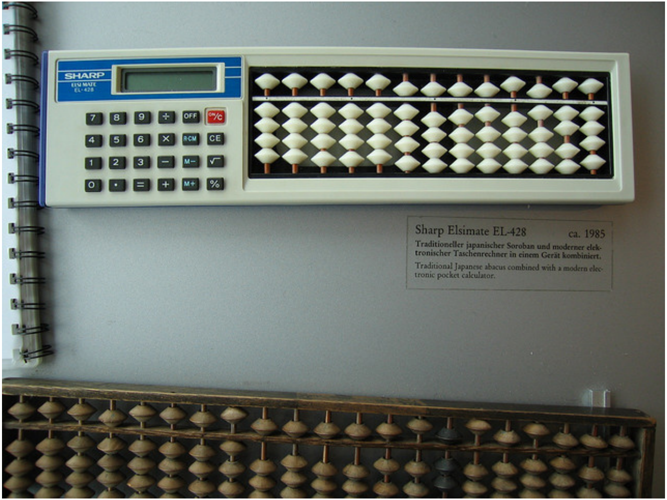
(Starodawne) Urządzenia liczące



(Starodawne) Urządzenia liczące



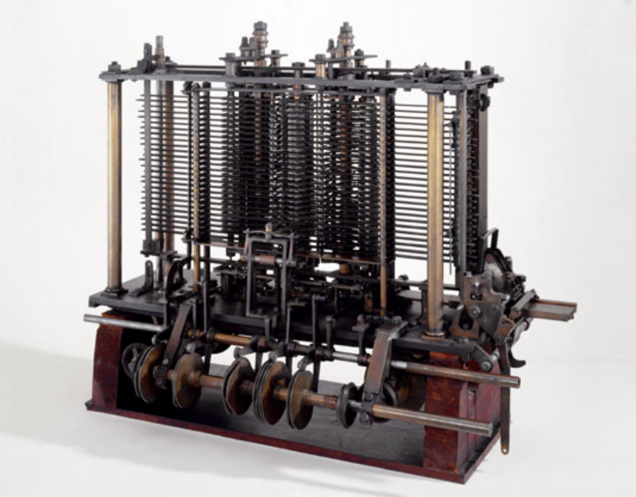
(Starodawne) Urządzenia liczące



(Starodawne) Urządzenia liczące

(Starodawne) Urządzenia liczące


(Starodawne) Urządzenia liczące



Automatyczne urządzenia. . .

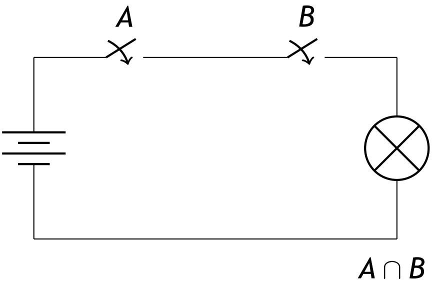
1. . . . grające: pianola
2. . . . tkające: krosno żakarda (Jacquard loom)
3. . . . liczące: maszyna analityczne, maszyna różniczkująca (analytical engine, differential engine — Charles Babbage

Podstawy

1. Układ dwójkowy (prąd płynie — prąd nie płynie)
2. Logika Bool'a
3. Podstawowe elementy wykonawcze:
   - przekaźnik,
   - lampa elektronowa,
   - tranzystor,
   - bramka (N)AND/(N)OR,

Operacje logiczne

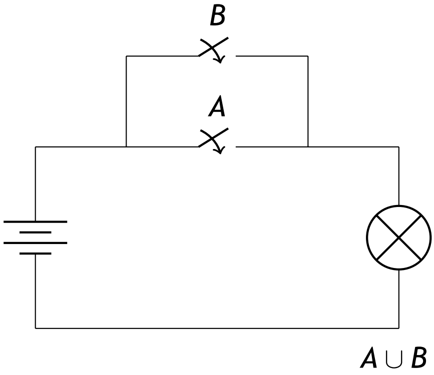
Iloczyn logiczny



AND	0	1
0	0	0
1	0	1

Operacje logiczne

Suma logiczna



OR	0	1
0	0	1
1	1	1

Operacje logiczne

Różnica symetryczna

XOR	0	1
0	0	1
1	1	0

$$A \oplus B$$

Operacje logiczne

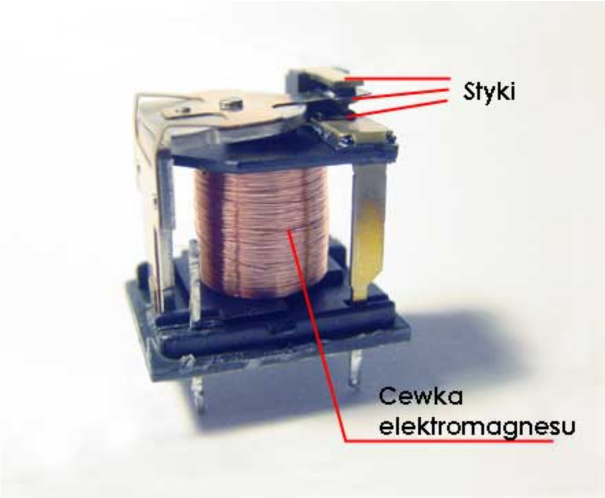
Różnica symetryczna

XOR	0	1
0	0	1
1	1	0

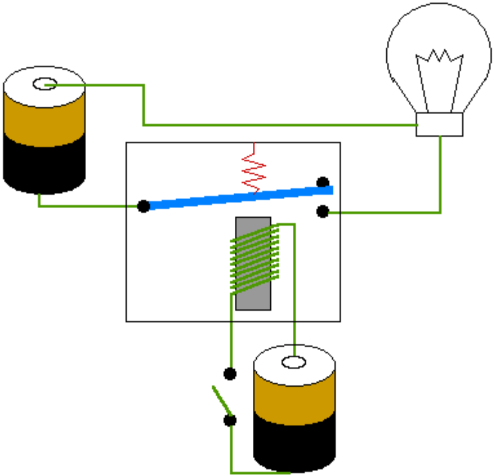
$\bar{A}$ — negacja

$$A \oplus B = (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B})$$

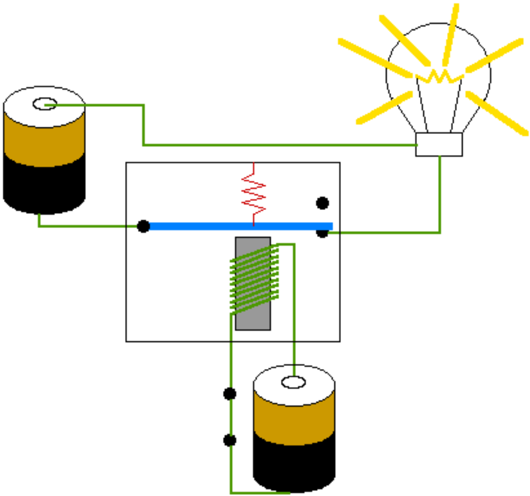
Przekaźnik



Przekaźnik

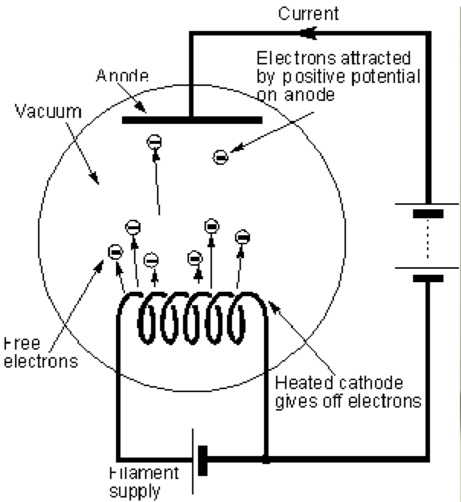


Przekaźnik



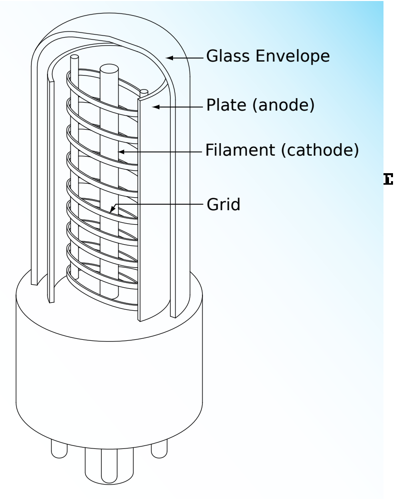
Lampy elektronowe

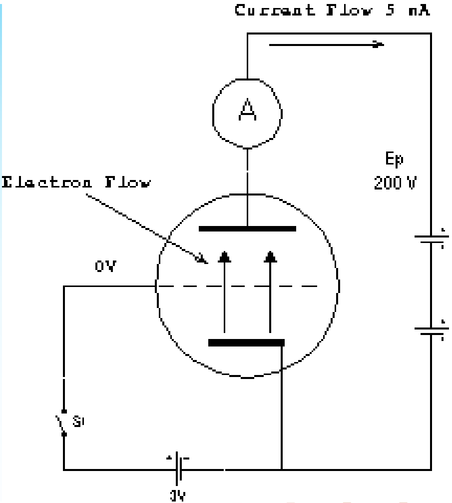
Dioda



Lampy elektronowe

Trioda





Liczby

1. Dwie wartości: prąd płynie/prąd nie płynie.
2. Dwie cyfry: 0, 1.
3. Pozycyjny zapis liczb.
4. Przykład

$$1010_{(2)} = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0 = 10_{(10)}$$

Liczby

1. Dwie wartości: prąd płynie/prąd nie płynie.
2. Dwie cyfry: 0, 1.
3. Pozycyjny zapis liczb.
4. Przykład

$$1010{,}01_{(2)} = 1*2^3+0*2^2+1*2^1+0*2^0+0*\frac{1}{2}+1*\frac{1}{4} = 10{,}25_{(10)}$$

Liczby

1. Dwie wartości: prąd płynie/prąd nie płynie.
2. Dwie cyfry: 0, 1.
3. Pozycyjny zapis liczb.
4. Przykład

$$1010{,}01_{(2)} = 1*2^3+0*2^2+1*2^1+0*2^0+0*\frac{1}{2}+1*\frac{1}{4} = 10{,}25_{(10)}$$

Operacje arytmetyczne

Półsumator, czyli: Jak procesor dodaje?

1. Układ dwójkowy — dwie wartości: 0, 1.

Operacje arytmetyczne

Półsumator, czyli: Jak procesor dodaje?

1. Układ dwójkowy — dwie wartości: 0, 1.
2. Suma dwu bitów ($Y = X_1 + X_2$)
3. Przeniesienie (C_{out})
4. „Tabela prawdy”

X_1	X_2	Y	C_{out}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

$$Y = X_1 \oplus X_2$$

$$C_{\mathrm{out}} = X_1 \cap X_2$$

Operacje arytmetyczne

Sumator, czyli Jak procesor dodaje?

C_{in}	X_1	X_2	Y	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$Y = C_{in} \oplus (X_1 \oplus X_2)$$

$$C_{out} = (X_1 \cap X_2) \cup (C_{in} \cap (X_1 \oplus X_2))$$

Literatura pomocnicza I

- AFP.
  Polish weavers keep "Jacquard" tradition alive, September 2009.
  http://www.youtube.com/watch?v=iWW6ypeQYPM.

- Charles Babbage.
  Passages from the life of a philosopher.
  Longman, Green, Longman, Roberts, & Green, 1864.
  http://books.google.pl/books?id=Fa1JAAAAMAAJ&q&f=false.

- weaverstaceyuk.
  Jacquard loom walkthrough, March 2010.
  http://www.youtube.com/watch?v=f1Zzj9ZBYmQ.

Literatura pomocnicza II

Krzysztof Zanussi.
Komputery zanussiego, October 2010.
http://www.youtube.com/watch?v=rooeF9g2qdk.