

ĆWICZENIE NR 1

ANALIZA MODELI O JEDNYM STOPNIU SWOBODY

– MODEL SWOBODNY / Z WYMUSZENIEM SINUSOIDALNYM

ZAKRES ZADANIA:

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z możliwościami symulacji zagadnień z zakresu dynamiki drgań przy wykorzystaniu pakietu komputerowego MATLAB z modułem SIMULINK. W szczególności należy wyznaczyć i porównać z wartościami teoretycznymi:

- częstość drgań własnych ω_0 oraz swobodnych ω_s ,
- dekrement tłumienia δ_t ,
- tłumienie krytyczne k_{kr} ,
- częstotliwość rezonansową f_r .

MODELOWANY UKŁAD

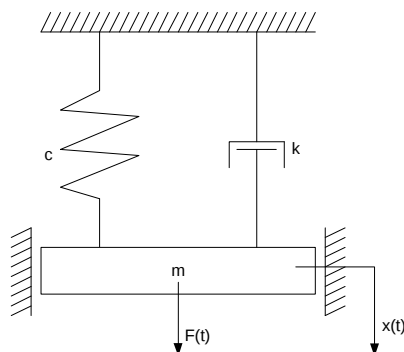
Prostym modelem, służącym do opisu obiektów jednowymiarowego dynamicznego układu fizycznego jest dyskretny układ mechaniczny, złożony z jednej masy skupionej m zawieszanej na liniowej sprężynie o sztywności c , z równolegle działającym tłumikiem wiskotycznym o stałą tłumienia k . Przyjmując, że w elemencie sprężystym tego układu działa siła $F_s(x)$ zależna liniowo od przemieszczenia $F_s(x) = c x$,

w tłumiku zaś siła $F_t(\dot{x})$ zależna liniowo od prędkości $F_t(\dot{x}) = k \dot{x}$, otrzymujemy następujące równanie ruchu:

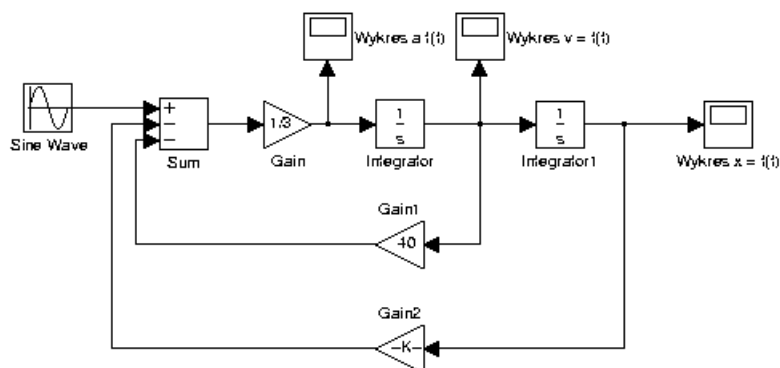
$$m \ddot{x} + k \dot{x} + cx = F(t) \quad , \text{ w którym stałe } m, k, c \text{ są nieujemne.}$$

W układzie SI:

$$\begin{aligned} [F] &= [N] = [kgm/s^2], \\ [m] &= [kg], \\ [k] &= [Ns/m] = [kg/s], \\ [c] &= [N/m] = [kg/s^2]. \end{aligned}$$



Rys.1 Model obiektu o jednym stopniu swobody



Rys.2. Schemat symulacyjny układu.

	WARTOŚĆ TEORETYCZNA	WARTOŚĆ Z SYMULACJI
CZĘSTOŚĆ DRGAŃ SWOBODNYCH [rad/sek] (UKŁ.BEZ TŁUMIENIA)	$\omega_s = \sqrt{\frac{c}{m}}$	$\omega_s = 2\pi f = 2\pi/T$ („T” NA PODSTAWIE WYKRESU)
CZĘSTOŚĆ DRGAŃ WŁASNYCH [rad/sek] (UKŁ.Z TŁUMIENIEM)	$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m} - \frac{k}{2m}}$	$\omega_0 = 2\pi f = 2\pi/T$ („T” NA PODSTAWIE WYKRESU)
CZĘSTOTLIWOŚĆ REZONANSOWA [Hz]	$f_r = \omega/2\pi$	$f_r = \omega/2\pi$
DEKREMENTU TŁUMIENIA	$\delta_T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4mc}{k^2} - 1}}$	$\delta_T = \ln \frac{A_i}{A_{i+1}}$
WSP. TŁUMIENIA KRYTYCZNEGO [kg/s],	$k_{kr} = 2\sqrt{mc}$	NA PODSTAWIE WYKRESU

ĆWICZENIE NR 2

ANALIZA MODELI O JEDNYM STOPNIU SWOBODY

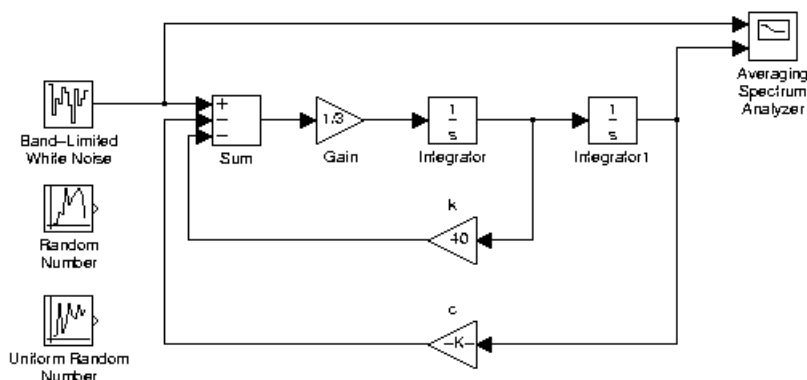
– MODEL Z WYMUSZENIEM LOSOWYM

ZAKRES ZADANIA:

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z możliwościami symulacji zagadnień z zakresu dynamiki drgań przy wykorzystaniu wymuszeń drgań układów w postaci generatorów losowych w pakiecie MATLAB z modulem SIMULINK. W szczególności należy:

- wypróbować dostępne generatory losowe i określić ich zastosowanie (określić częstotliwość rezonansową f_r),
- wyjaśnić wpływ tłumienia na zachowanie się układu (na częstotliwość rezonansową ω_r),
- wyznaczyć transmitancję układu i na jej podstawie wykreślić zależność $A = f(\omega)$.

MODELOWANY UKŁAD



Rys.3. Schemat układu (z różnymi generatorami losowymi).

WYZNACZENIE ZALEŻNOŚCI $A = f(\omega)$ Z TRANSMITANCJI

Z równania różniczkowego $m\ddot{x} + k\dot{x} + cx = F(t)$, dla zerowych warunków początkowych ($\ddot{x}(0) = 0$, $\dot{x}(0) = 0$, $x(0) = 0$) korzystając z transformaty Laplace'a wyznaczmy transmitancję w postaci:

$$G(s) = \frac{1}{ms^2 + ks + c}, \text{ gdzie } s - \text{liczba zespolona.}$$

W celu uzyskania charakterystyki częstotliwościowej do $G(s)$ podstawiamy $s = j\omega$ otrzymując:

$$G(j\omega) = \frac{1}{m(j\omega)^2 + k(j\omega) + c} = \frac{c - m\omega^2}{(c - m\omega^2)^2 + k^2\omega^2} + j \frac{-k\omega}{(c - m\omega^2)^2 + k^2\omega^2}$$

Korzystając z zależności $|G(j\omega)| = A$ wykreślimy zależność $A = f(\omega)$ w interesującym nas zakresie wartości ω .

ĆWICZENIE NR 3

ANALIZA MODELI LINIOWYCH O WIELU STOPNIACH SWOBODY Z TŁUMIENIEM

ZAKRES ZADANIA:

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z możliwościami symulacji zagadnień z zakresu dynamiki drgań przy wykorzystaniu wymuszeń drgań układów w postaci generatorów losowych w pakiecie MATLAB z modulem SIMULINK. W szczególności należy:

- zasymulować układ o dwóch stopniach swobody z dwoma wymuszeniami losowymi i określić jego częstotliwości rezonansowe,
- wyznaczyć charakterystykę $A = f(\omega)$ przy wykorzystaniu bloku "Scope",
- **ZADANIE DODATKOWE:** wyznaczyć transmitancję układu i na jej podstawie wykreślić zależność $A = f(\omega)$.

MODELOWANY UKŁAD

Układ złożony jest z dwóch mas skupionych m_1 i m_2 połączonych szeregowo sprężynami o sztywnościach c_1 i c_2 z równolegle działającymi tłumikami wiskotycznymi o stałych tłumienia k_1 i k_2 . Przyjmując, że w elemencie sprężystym tego układu działa siła F_s zależna liniowo od przemieszczenia $F_s(x) = c \cdot x$, a

w tłumiku zaś siła F_T zależna liniowo od prędkości $F_T(\dot{x}) = k \cdot \dot{x}$, otrzymamy równania różniczkowe ruchu:

- dla masy m_1

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 \dot{x}_1 + c_1 x_1 - k_2 \dot{x}_2 - c_2 x_2 = f_1(t) \quad (1)$$

- dla masy m_2

$$m_2 \left(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 \right) + k_2 \dot{x}_2 + c_2 x_2 = f_2(t) \quad (2)$$

w którym stałe m_1 , k_1 , c_1 oraz m_2 , k_2 , c_2 są nieujemne.

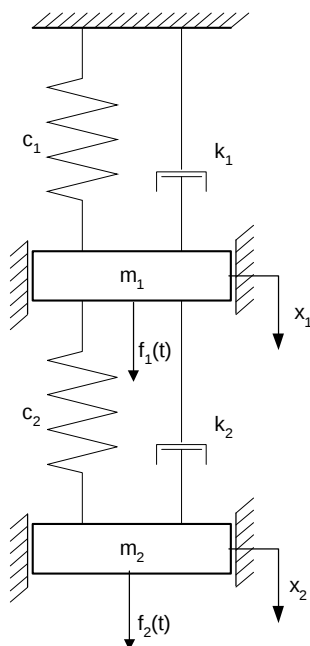
W układzie SI:

$$[F] = [N] = [kgm/s^2],$$

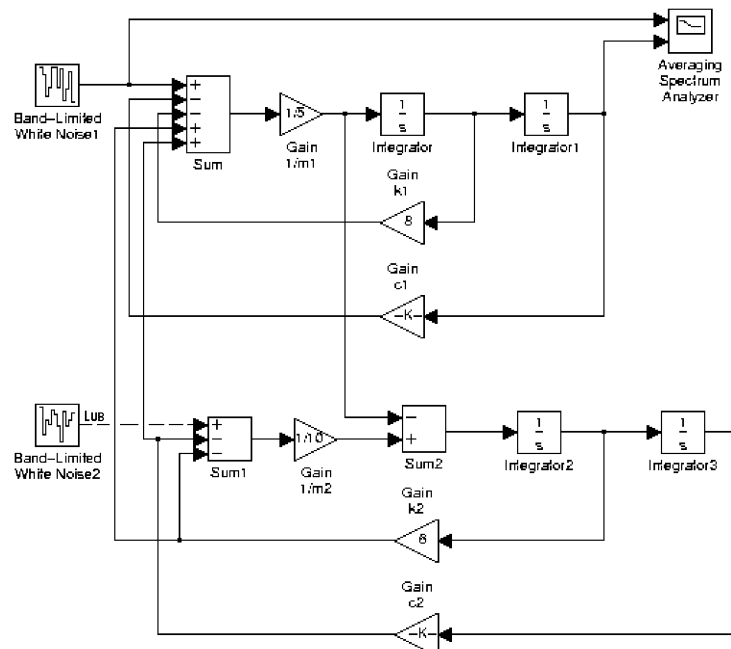
$$[m] = [kg],$$

$$[k] = [Ns/m] = [kg/s],$$

$$[c] = [N/m] = [kg/s^2].$$



Rys.4 Model obiektu o dwóch stopniach swobody



Rys.5. Schemat symulacyjny układu z wymuszeniami losowymi Band-Limited White Noise ("biały szum")