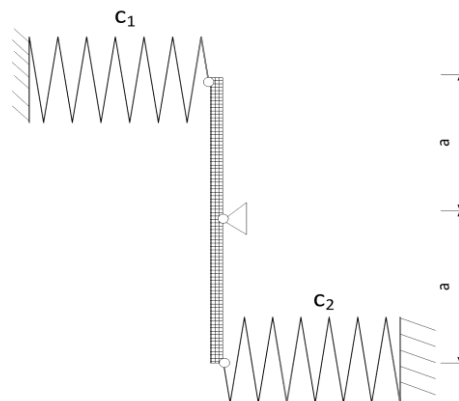


MECHANIKA ANALITYCZNA – LISTA ZADAŃ NR 3

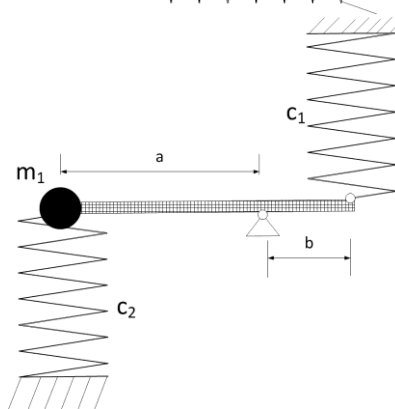
DRGANIA O JEDNYM STOPNIU SWOBODY

ZASADA ZACHOWANIA ENERGII – RÓWNANIA LAGRANGE’A (IIR)

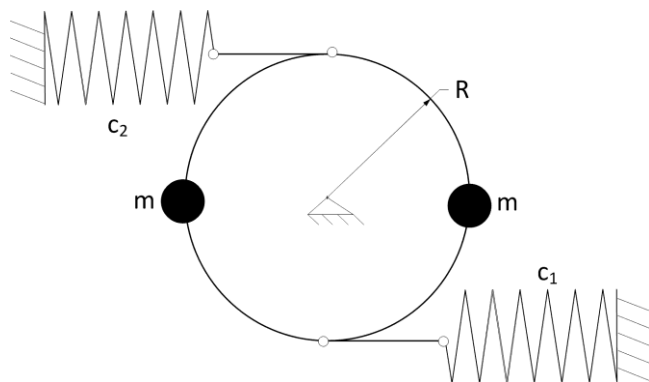
1. Wykorzystując zasadę zachowania energii wyznaczyć równanie różniczkowe ruchu układu jak na rysunku. Znaleźć częstość drgań swobodnych układu. Założyć zakres małych drgań ($\sin\varphi \approx \varphi$, $\cos\varphi \approx 1$) oraz, że sprężyny w położeniu jak na rysunku są nienapięte. Dane do obliczeń numerycznych:
 $m=30 \text{ kg}$, $a=40 \text{ cm}$, $c_1=40 \text{ N/cm}$, $c_2=20 \text{ N/cm}$.



2. Wykorzystując zasadę zachowania energii wyznaczyć równanie różniczkowe ruchu układu jak na rysunku. Znaleźć okres drgań swobodnych układu. Założyć zakres małych drgań ($\sin\varphi \approx \varphi$, $\cos\varphi \approx 1$). Dane do obliczeń numerycznych:
 $m=50 \text{ kg}$, $m_1=20 \text{ kg}$, $a=60 \text{ cm}$, $b=40 \text{ cm}$,
 $c_1=40 \text{ N/cm}$, $c_2=20 \text{ N/cm}$



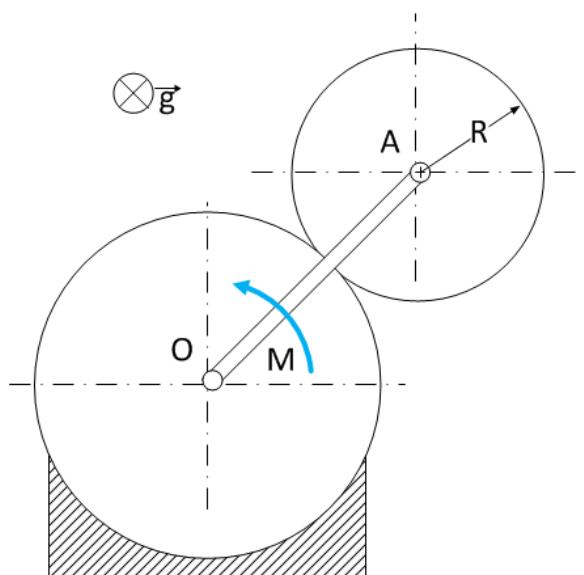
3. Kołową płytę o masie M i promieniu R zmontowano w jej środku tak by mogła się swobodnie obracać. Na obrzeżach płyty znajdują się masy m . Znaleźć okres drgań swobodnych układu jak na rysunku wykorzystując zasadę zachowania energii. Założyć zakres małych drgań ($\sin\varphi \approx \varphi$, $\cos\varphi \approx 1$). Dane do obliczeń numerycznych:



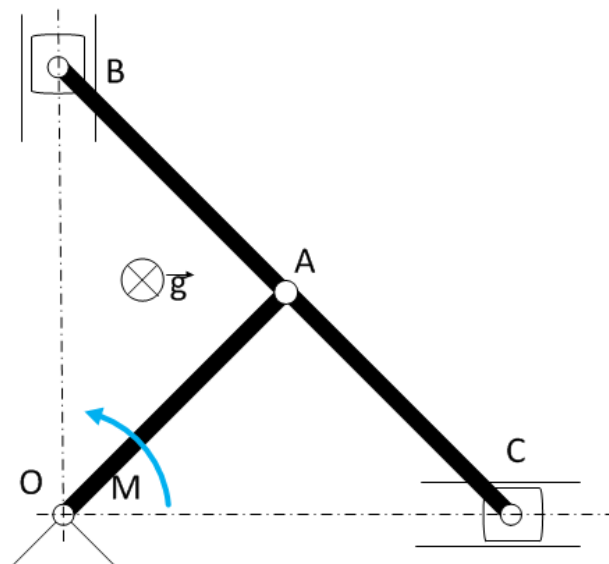
$M=50 \text{ kg}$, $m=10 \text{ kg}$, $R=0.8 \text{ m}$, $c_1=60 \text{ N/cm}$,
 $c_2=40 \text{ N/cm}$. Rozważyć dwa przypadki:

- Układ znajduje się w płaszczyźnie pionowej,
- Układ znajduje się w płaszczyźnie poziomej.

4. Przedstawiona na rysunku przekładnia składa się z jarzma OA (o ciężarze G) łączącej nieruchome koło zębate z ruchomym kołem zębatym o osi w punkcie A i promieniu R (ciężar ruchomego koła zębatego Q). Korzystając z równania Lagrange’a II rodzaju, oraz zakładając, że mechanizm znajduje się w płaszczyźnie poziomej (pomijamy energię potencjalną) znaleźć przyspieszenie ε korby OA , jeżeli na korbę działa moment M .



5. Na rysunku obok przedstawiono elipsograf składający się z trzech (masowo jednorodnych) przegubowo połączonych prętów $OA=AB=AC=a$ [cm] o ciężarach Q . Końce A i B prętów połączone są przegubowo z tulejkami A i B o ciężarach G . Na ramię OA działa moment M . Znajdź korzystając z równań Lagrange'a II rodzaju przyspieszenie kątowe korby OA ε , zakładając, że mechanizm znajduje się w płaszczyźnie poziomej. Do obliczeń numerycznych użyć następujących danych:



$a = 45$ cm, $Q=250$ N, $G=200$ N, $M=80$ Nm.

Dodatek do niniejszej listy zadań:

Równania Lagrange'a II rodzaju dla układów holonomicznych o idealnych więzach stacjonarnych mają postać ogólną:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial Ek}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial (Ek - Ep)}{\partial \varphi} = Q_i - R_i \quad (1)$$

Gdzie: Ek, Ep – energia kinetyczna, potencjalna układu,
 J_i – i-ta współrzędna uogólniona
 Q_i – siła uogólniona związana z i-tą współrzędną uogólnioną
 R_i – uogólniona siła oporu związana z i-tą współrzędną uogólnioną
 $i \dots n$ – liczba współrzędnych uogólnionych (stopni swobody)

W przypadku układów niedyssypatywnych, holonomicznych o więzach stacjonarnych (idealnych) oraz przy założeniu pomijalności wpływu sił potencjalnych na ogólny ruch mechanizmu, równania Lagrange'a II rodzaju można ująć następująco (najczęściej z tym mamy do czynienia w zadaniach z tej listy):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial Ek}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial (Ek)}{\partial \varphi} = Q_i \quad (2)$$

Siłę uogólnioną Q_i można bezpośrednio wyznaczyć z równania sumy iloczynów wariacji współrzędnych uogólnionych:

$$\delta L = \sum_{i=1}^n Q_i \varphi_i \quad (3)$$

Prowadzący:

Grzegorz Lesiuk (Grzegorz.Lesiuk@pwr.wroc.pl)

I-19/W10, p.110/111 bud. B1