

MECHANIKA II - LISTA 4

(DYNAMIKA PUNKTU MATERIALNEGO

RUCH DRGAJĄCY I ZŁOŻONY)

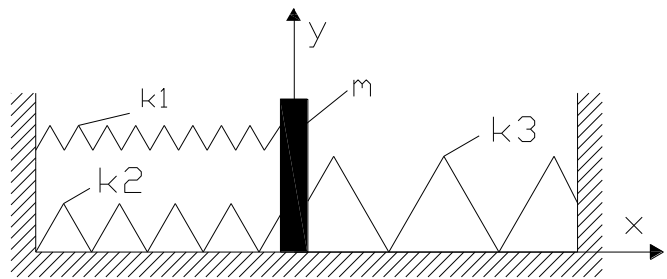
Zad. 1. Ciało o masie $m=0,1$ [kg] zawieszono na końcu nie odkształconej sprężyny i puszczono bez prędkości początkowej. Długość sprężyny nieodkształconej wynosi 65 cm, a w położeniu równowagi z zaczepionym ciałem 85 cm. Wyznacz: równanie ruchu ciała, amplitudę i okres drgań. Jak zmieniłby się okres drgań gdyby dołączono drugą sprężynę o takiej samej sztywności połączoną z pierwszą sprężyną szeregowo?

Zad. 2. Do końca sprężyny o stałej sprężystości $c= 100$ [N/cm] podwieszono ciało o masie $m=2$ [kg]. W chwili początkowej ciało znajduje się w położeniu równowagi i ma prędkość początkową V_0 . Wiedząc, że amplituda tych drgań wynosi 2 cm, wyznacz:

- wartość prędkości początkowej V_0 ,
- równanie ruchu drgającego masy
- częstość drgań własnych, okres drgań

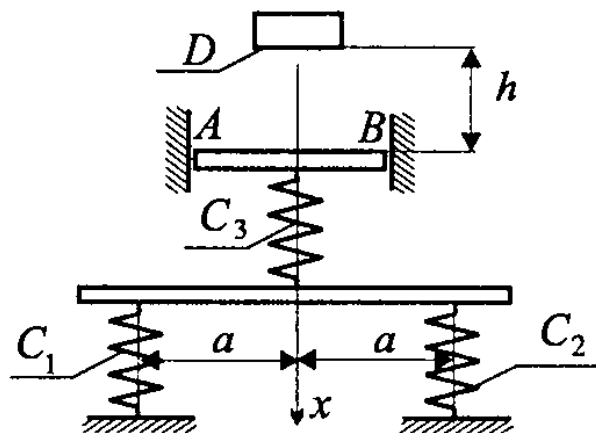
Jak zmieni się częstotliwość rezonansowa w stosunku do układu (takiego jaki jest podany w zadaniu) jeśli do masy m dołączymy drugą równolegle połączoną sprężynę?

Zad. 3. Ciało o masie $m=1$ [kg] spoczywa na gładkiej płaszczyźnie. Do obu stron ciała zamontowano układ sprężyn o sztywnościach $k_1=2$ [N/cm], $k_2= 4$ [N/cm], $k_3= 6$ [N/cm] tak jak to pokazano na rysunku. W położeniu równowagi (współrzędna (0,0) względem pokazanego układu współrzędnych)

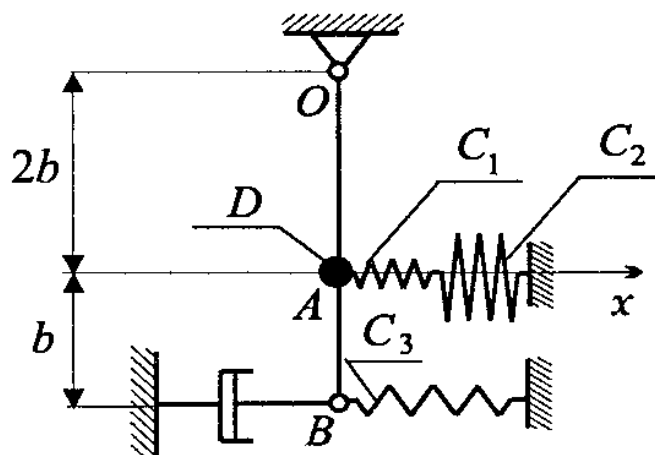


wszystkie sprężyny są nie napięte. Znaleźć równanie ruchu ciała $x(t)$ i okres drgań jeśli w chwili początkowej t_0 było ono wychylone z położenia równowagi w prawo o 5 [cm] i nadano mu prędkość początkową w prawo 50 [cm/s]. Jaka jest amplituda tych drgań? Jak zmieniłaby się częstość drgań własnych, gdyby drgania były tłumione wiskotycznym tłumikiem?

Zad. 4. Na lekką sztywną płytę AB, stanowiącą element układu sprężyn, spada z wysokości $h=3$ cm ciężar D o masie $m_D=10$ kg i porusza się razem z belką. Sprężyny mają sztywność $C_1=C_2=0.5$ C₃=80N/cm. Wyznaczyć równanie masy D.

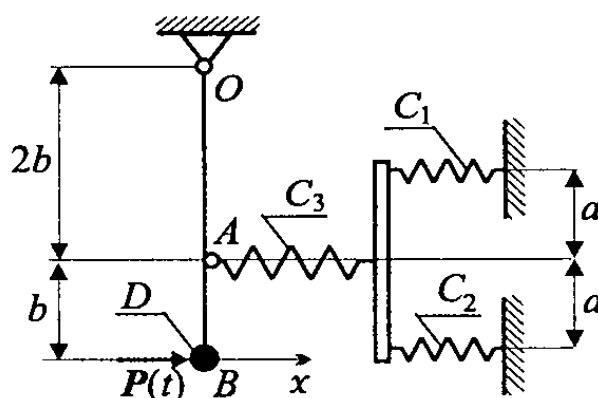


Zad. 5. Na nieważkim pręcie OB, zawieszonym obrotowo w punkcie O, pomocowano w punkcie A ciężar D o masie $m_D = 3 \text{ kg}$. W punkcie A przymocowano układ sprężyn o stałych $C_1 = C_2 = 8 \text{ N/cm}$, $C_3 = 48 \text{ N/cm}$. W punkcie B pręta przymocowano sprężynę oraz tłumik wiskotyczny generujący siłę oporu $R = 24\dot{v}$ [N]. W położeniu równowagi statycznej sprężyny są nieodkształcone. W pewnej chwili masę D wychylono z położenia równowagi o 2 cm w lewo i puszczono bez prędkości początkowej.



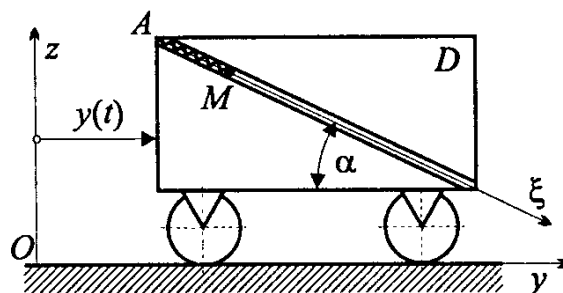
Znaleźć równania ruchu ciała D. Uwzględnić tzw. zakres małych drgań.

Zad. 6. Na nieważkim pręcie OB, zawieszonym obrotowo w punkcie O, pomocowano w punkcie B ciężar D o masie $m_D = 1.4 \text{ kg}$. W punkcie A przymocowano układ sprężyn o stałych $C_1 = C_2 = 9 \text{ N/cm}$, $C_3 = 18 \text{ N/cm}$. W położeniu równowagi statycznej sprężyny są nieodkształcone. W pewnej chwili masę D wychylono z położenia równowagi o 3 cm w lewo i puszczono bez prędkości początkowej. Jednocześnie na punkt D zaczęła działać siła $P = 6\sin(8t)$ [N]. Znaleźć równania ruchu ciała D. Uwzględnić tzw. zakres małych drgań.



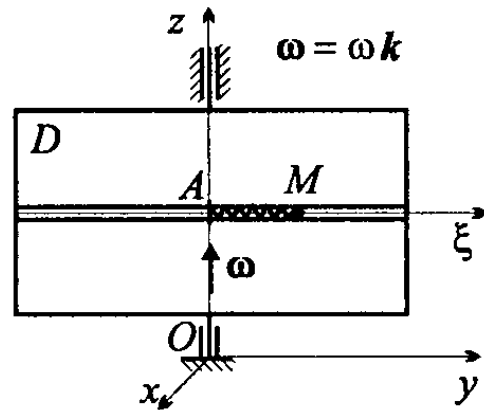
Zad. 7. Na sprężystym podłożu o stałej sprężystości C umieszczono silnik o masie M. W odległości e od osi wału silnika wiruje ze stałą prędkością obrotową n masa m. Wyznaczyć równanie ruchu drgającego podłoża silnika oraz określić częstość drgań własnych układu.

Zad. 8. Punkt materialny M porusza się wewnątrz cylindrycznego kanału wydrążonego w ciele D, które również znajduje się w ruchu. Wyznaczyć równanie ruchu względnego $\xi(t)$ przyjmując jako początek lokalnego układu współrzędnych punkt A. Dla czasu $t = t_1$ znaleźć położenie ciężarka oraz nacisk kulki na kanał. Do obliczeń numerycznych przyjąć: $m = 0.1 \text{ kg}$, $\alpha = 30^\circ$, $x_0 = 0.5 \text{ m}$, $x'_0 = 0.2 \text{ m/s}$, $c = 0.5 \text{ N/cm}$, l_0 (długość nieodkształconej sprężyny) $= 0.45 \text{ m}$, $t_1 = 0.2 \text{ s}$, $y(t) = 2 + 8t^3$ [m].



Zad. 9. We wnętrzu tarczy kołowej o promieniu R wydrążono walcowy kanalik w odległości a od jej środka masy i umieszczono w nim (centralnie) kulkę o masie m . Znaleźć równanie ruchu tej kulki po wprowadzeniu tarczy w ruch obrotowy ze stałą prędkością ω . Jak długo kulka będzie pozostawała we wnętrzu tarczy?

Zad. 10. Punkt materialny M porusza się wewnątrz cylindrycznego kanału wydrążonego w ciele D , które również znajduje się w ruchu. Wyznaczyć równanie ruchu względnego $\xi(t)$ przyjmując jako początek lokalnego układu współrzędnych punkt A . Dla czasu $t=t_1$ znaleźć położenie ciężarka oraz nacisk kulki na kanalik. Do obliczeń numerycznych przyjmując: $m=0.1$ kg, $x_0=0.2$ m, $x'_0=0.1$ m/s, $c=0.5$ N/cm, l_0 (długość nieodkształconej sprężyny)=0.1m, $t_1=0.1$ s, $\omega(t)=\pi=\text{const}$ [1/s], $\mu=0.1$ (współczynnik tarcia kulki o kanalik).



Zadania pochodzą z opracowań własnych oraz ze skryptów:

1. Witkowski Cz., *Zbiór zadań z mechaniki cz.I kinematyka*, Oficyna Wydawnicza PWR, Wrocław, 1999.
2. Mieszczerski I. „*Zbiór zadań z mechaniki*”, WN PWN, Warszawa 1971r.

Prowadzący kurs: **dr inż. Grzegorz Lesiuk** (Grzegorz.Lesiuk@pwr.wroc.pl)