

$$a_{\theta} = r \ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = v \sin \theta \cos \theta \cdot \dot{\theta}^2;$$

$$a_{\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{d}{dt} \frac{r^2}{dt} \frac{\partial \theta}{\partial \theta} - \frac{\partial r}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{r} \sin \theta (r^2 \sin^2 \theta \ddot{\theta} + 2r\dot{r}\sin^2 \theta \cdot \dot{\theta} + 2r^2 \sin \theta \cos \theta \cdot \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta}) = r \sin \theta \ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} \sin \theta + 2r \cos \theta \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta}.$$

Uwaga: Przykłady do samodzielnego rozwiązania zestawiono w tabelicy 1.

2. KINEMATYKA CIAŁA SZTYWNEGO

A. Ruch postępowy i obrotowy ciała sztywnego

2.1. Określenie prędkości i przyspieszeń punktów ciała sztywnego w ruchu postępowym i obrotowym

Zadanie K-2

Dla zadanego równania ruchu postępowego prędkościowego ciała 1 określić prędkość i przyspieszenie obrotowe, docelowe oraz całkowite punktu M mechanizmu w chwili, kiedy droga przebyta przez ten ciężar jest równa s. Schematy sekcji zadów przedstawiono na rys. 9-11, a dane do rozwiązania zestawiono w tabeli 7.

Tabela 7

Numer zadań	Przemieszczenie, cm				Równanie ruchu ciężaru 1 $x = x(t)$ $x = at, t = s$	s
	R_2 2	R_1 3	R_3 4	R_4 5		
1.	60	45	36	-	$10 + 100t^2$	0,5
2.	80	-	60	45	$80t^2$	0,1
3.	100	60	75	-	$18 + 70t^2$	0,2
4.	58	45	50	-	$30t^2$	0,5
5.	80	-	45	30	$8 + 40t^2$	0,1
6.	100	60	30	-	$5 + 60t^2$	0,5
7.	45	35	105	-	$7 + 90t^2$	0,2
8.	35	10	10	-	$4 + 30t^2$	0,5
9.	40	30	15	-	$3 + 80t^2$	0,2
10.	15	-	40	35	$70t^2$	0,4
11.	40	25	20	-	$5 + 40t^2$	0,3
12.	20	15	10	-	$2 + 50t^2$	0,1

13.	30	20	40	-	$60t^2$	0,4
14.	15	10	15	-	$6 + 20t^2$	0,1
15.	15	10	15	-	$8 + 40t^2$	0,3
16.	20	15	15	-	$3 + 40t^2$	0,4
17.	15	10	20	-	$80t^2$	0,5
18.	20	15	10	-	$4 + 20t^2$	0,3
19.	15	10	20	-	$5 + 80t^2$	0,2
20.	25	15	10	-	$50t^2$	0,3
21.	20	10	30	10	$4 + 90t^2$	0,5
22.	40	20	35	-	$10 + 40t^2$	0,5
23.	40	30	30	15	$7 + 40t^2$	0,6
24.	30	15	40	20	$90t^2$	0,2
25.	50	20	60	-	$2 + 50t^2$	0,5
26.	32	16	32	16	$5 + 60t^2$	0,1
27.	40	18	40	18	$6 + 30t^2$	0,3
28.	40	20	40	15	$50t^2$	0,4
29.	25	20	50	25	$3 + 30t^2$	0,6
30.	30	15	20	-	$5 + 60t^2$	0,2

Przykład rozwiązania zadania

Dane wyjściowe: schemat mechanizmu (rys. 12); $x = 2 + 70t^2$ (w cm);
(t w s); $R_2 = 50$ cm, $R_3 = 30$ cm, $R_4 = 40$ cm, $s = 40$ cm.

Rozwiązanie

Droga przebyta przez ciężar 1 w czasie $t = \tau$ wynosi $s = 40$ cm. Mo-
żemy zatem napisać, że

$$s = x(t = \tau) = x(s = 0) = 70\tau^2,$$

stąd

$$\tau = \sqrt{\frac{s}{70}} = \sqrt{\frac{40}{70}} = 0,76 \text{ s.}$$

Różniczkując po czasie równanie ruchu otrzymujemy prędkość ciężaru
(w cm/s):

$$v_1 = \left| \dot{x} \right| = 140 \text{ t.}$$

Prędkość kątowna członu 2 (w s^{-1}):

$$\omega_2 = \frac{v_1}{R_2} = \frac{140}{30} = \frac{14}{3} \text{ t.}$$

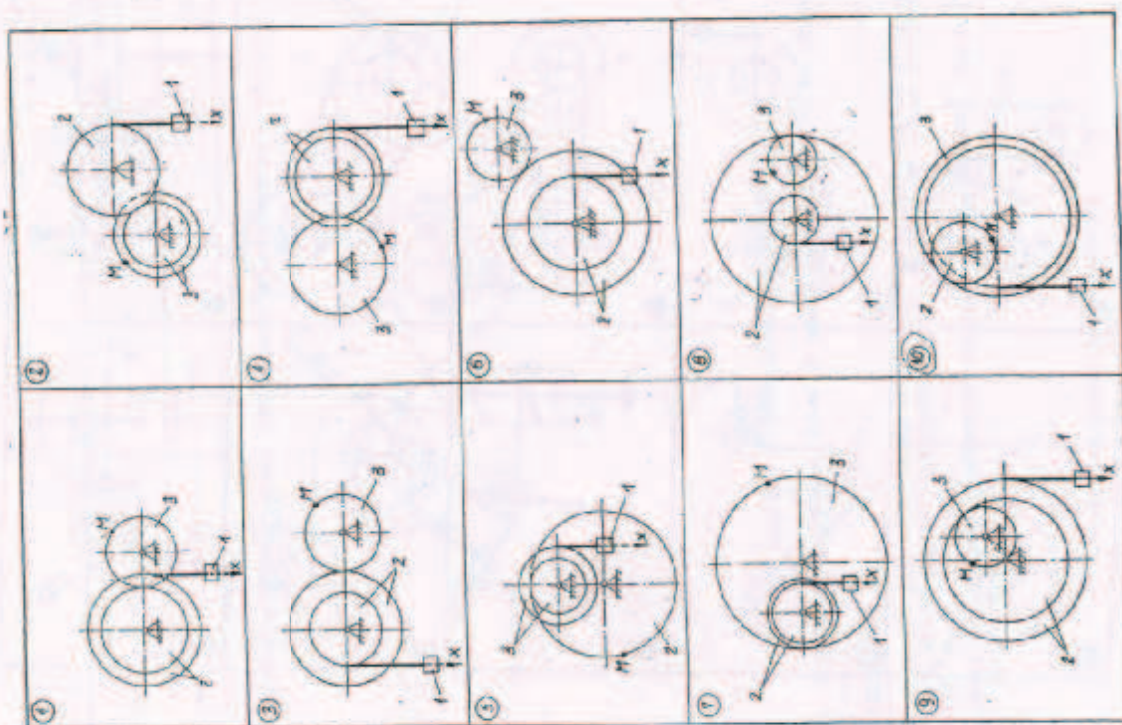


Рис. 9

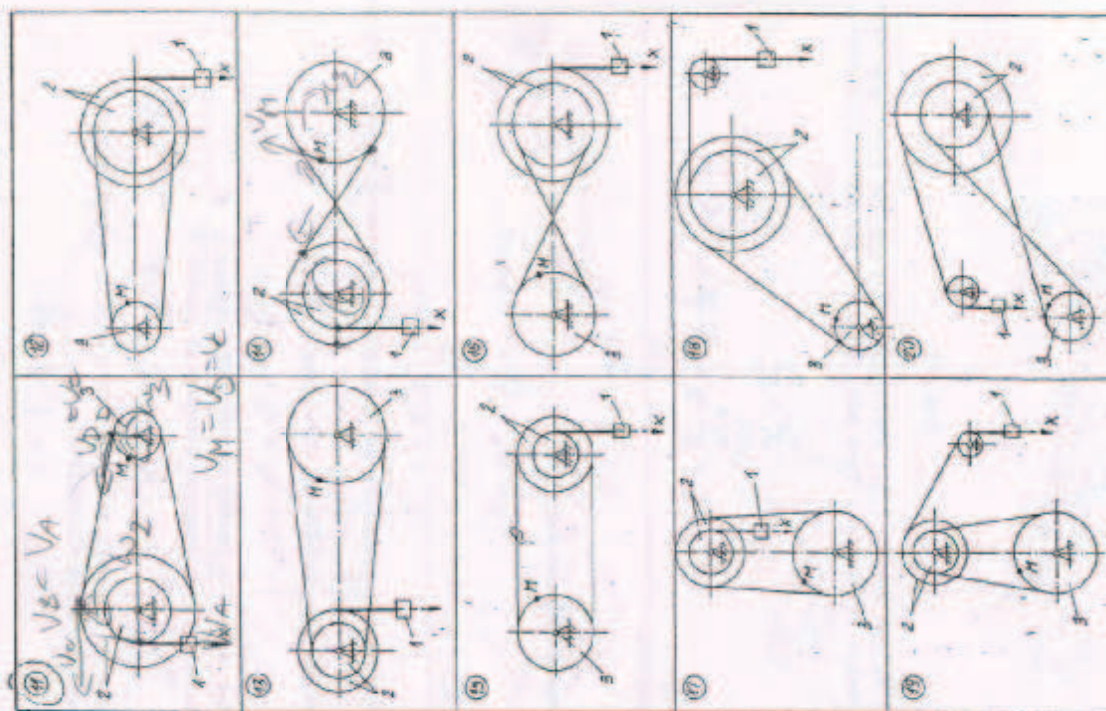


Рис. 10



Rys. 12

Prędkości kątowne kół 2. i 3., związanych przekładnią pasową, są odwrotnie proporcjonalne do promieni tych kół, co można przedstawić za pomocą wzoru (ω w s^{-1}),

$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{R_3}{R_2}.$$

stąd

$$\omega_3 = \frac{R_2}{R_3} \omega_2 = \frac{20}{20} \frac{14}{3} \text{ t.}$$

Po podstawieniu

$$\omega_3 = \frac{35}{9} \text{ t}$$

Przyspieszenie kątowne koła 3

$$\epsilon_3 = \dot{\omega}_3 = \frac{35}{9} \text{ s}^{-2} = \text{const.}$$

Moduł wektora prędkości punktu M

$$v = r_3 \omega_3 = 40 \omega_3$$

(wektor ten jest prostopadły do promienia i ma zwrot zgodny z obrotem koła 3).

Moduł wektora przyspieszenia obrotowego punktu M

$$a_o = r_3 \epsilon_3 = 40 \epsilon_3$$

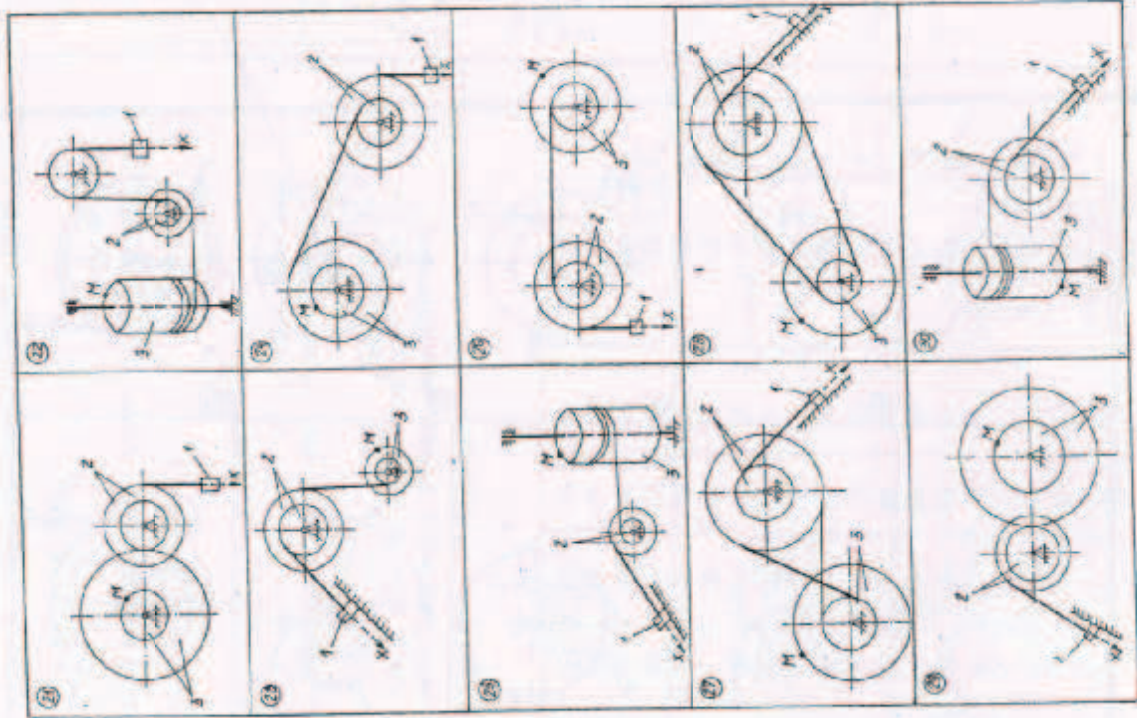
(wektor ten ma zwrot zgodny z wektorem prędkości $\vec{v}$).

Moduł wektora przyspieszenia dośrodkowego punktu M

$$a_d = r_3 \omega_3^2 = 40 \omega_3^2$$

(wektor ten ma kierunek promienia a zwrot do osi obrotu).

Moduł przyspieszenia osiowego

$$a = \sqrt{a_o^2 + a_d^2}.$$


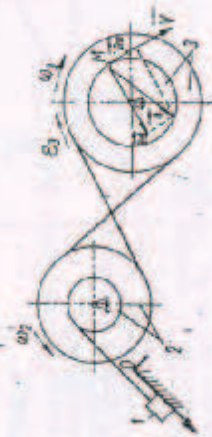
Rys. 11

Wartości tych wielkości dla czasu $t = \tau$ zestawiono w tabeli 8.

Tabela 8

ω_2, s^{-1}	ε_2, s^{-2}	$v, cm/s$	Przyspieszenie, cm/s^2	
			a_0	a_d
2,94	5,89	118	156	346
				379

Wektory prędkości i przyspieszenia punktu M przedstawiono na rys. 13.



Rys. 13

3. Ruch płaski ciała sztywnego

3.2. Określenie prędkości punktów ciała sztywnego w ruchu płaskim

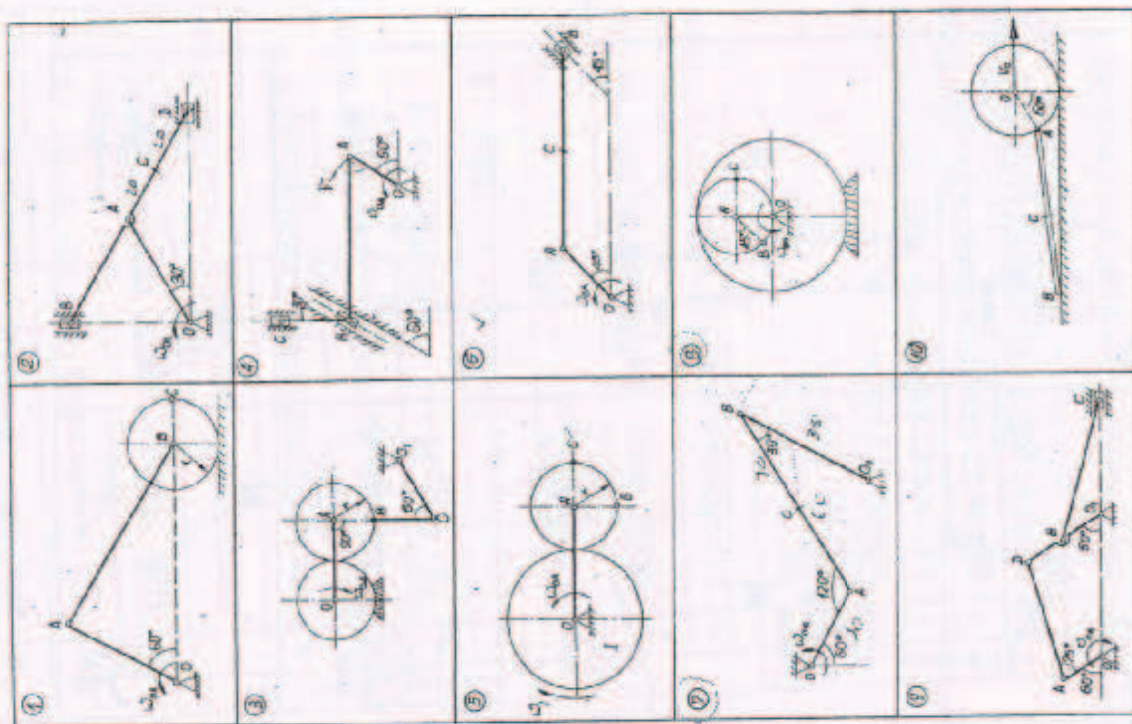
Zadanie E-6

Dla danego połączenia mechanizmu znaleźć prędkości punktów A, B, C i prędkości kątowe wszystkich jego członów, jeśli jest znana prędkość kątowa krzywki ω_{CA} .

Schematy mechanizmów zestawiono na rys. 14-16, a dane do rozwiązań podano w tabeli 9.

Przykład rozwiązania zadania

Dane wyjściowe: a) schemat mechanizmu w danym położeniu (rys. 17), b) wymiary członów mechanizmu (tab. 10).



Rys. 14