

## ZMĘCZENIOWE HIPOTEZY ENERGETYCZNE DLA OBCIĄŻEŃ PSEUDOLOSOWYCH: SYMULACJA I EKSPERYMENT

Łukasz MACIEJEWSKI, Wojciech MYSZKA, Grażyna ZIĘTEK

Instytut Materiałoznawstwa i Mechaniki Technicznej, ul. Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław

### Streszczenie

W pracy przedstawiono sposób analizy zmęczeniowych hipotez energetycznych, w których za miarę uszkodzenia przyjmuje się zmianę energii wewnętrznej, dla pseudolosowych obciążeń cyklicznych. Identyfikację parametrów modelu zarówno dla związków między odkształceniem a naprężeniem jak i energią odpowiedzialną za zmiany zmęczeniowe przeprowadzono na podstawie eksperymentu dla stałych amplitud naprężenia. Proponuje się wykorzystanie uniwersalnego oprogramowania pozwalającego na gromadzenie danych eksperymentalnych, identyfikację i weryfikację modeli oraz symulację procesów. Stworzone przy takich założeniach oprogramowanie znajduje zastosowanie nie tylko w badaniach naukowych, ale również w dydaktyce wykorzystującej najnowsze osiągnięcia technologii internetowych. Technologie te umożliwiają nie tylko statyczną prezentację treści, ale również aktywny udział w zajęciach laboratoryjnych „na odległość”.

### 1. WPROWADZENIE

Do opisu procesu zmęczenia szerokie zastosowanie mają hipotezy energetyczne. W hipotezach tych zakłada się pewną miarę uszkodzenia zmęczeniowego poprzez określenie krytycznej wartości energii, którą może akumulować materiał (np. Kocańda S. i Szala J., 1995). Pomimo dużej różnorodności propozycji dotychczas nie ma jednomyślności, jaka część zakumulowanej energii odpowiada za uszkodzenie zmęczeniowe. Najlepiej uzasadnione fizycznie wydaje się założenie, że wartością kryterialną jest sumaryczna zmiana energii wewnętrznej. Szczegółową analizę tej hipotezy przeprowadził Kaleta (1998) modyfikując ją jednocześnie. Zliczając energię jaka została dyssypowaną w materiale wprowadził on funkcję zapominania  $f(N)$ , która powoduje, że energia odpowiedzialna za zmiany zmęczeniowe jest zadana funkcjonalnym (spółem dwóch funkcji) i akumuluje się w sposób nieliniowy:

$$C = \int_0^{N_j} \Delta I(\sigma_a) f(N_j - N) dN, \quad (1)$$

gdzie  $\Delta I(\sigma_a)$  jest zmianą energii wewnętrznej dla cyklu o amplitudzie naprężenia  $\sigma_a$ ,  $N_j$  żywotnością liczoną liczbą cykli (dla procesów stochastycznych może to być czas rzeczywisty), a  $C$  krytyczną dla procesu zmęczenia wartością energii (traktowana jest ona jako stała materiałowa). Funkcja zapominania  $f$  musi spełniać określone warunki:

$$f(0) = 1 \text{ i } f(\infty) = 0, \quad (2)$$

Otwartym problemem jest oczywiście jakiego typu ma być to funkcja zwłaszcza jeśli chodzi o rodzaj zbieżności w nieskończoności. W szczególności, dotyczy to obciążeń,

które są procesami stochastycznymi. Najprostszymi przykładami takiej funkcji są:

$$f(N_j - N) = e^{-\lambda(N_j - N)}, \quad (3)$$

lub

$$f(N_j - N) = \frac{1}{1 + \lambda(N - N_j)^\alpha}. \quad (4)$$

W przypadku obciążeń losowych jednym z najczęściej stosowanych sposobów szacowania żywotności jest zamiana obciążenia na cykle (metodą par rozpiętości lub obwiedni – *rain flow*), a następnie, przy założeniu prawdziwości hipotezy Palmgrena-Minera kumulacji uszkodzeń, wyznaczenie czasu życia. Należy zwrócić uwagę, że konieczne jest tu założenie o stacjonarności procesu obciążenia. Jeżeli potrafimy szacować (wyznaczać) energię kumulowaną przez materiał pojawia się pytanie: jak obie hipotezy mają się do siebie? Widać szereg różnic: w hipotezie kumulacji uszkodzeń Palmgrena-Minera (i we wszystkich hipotezach sumujących energię lub inny parametr uszkodzenia w sposób liniowy) wszystkie cykle mają jednakowe znaczenie. Hipoteza istnienia funkcji zapominania sugeruje, że jest inaczej, żywotność zmęczeniowa zależy od kolejności obciążania. Symulacja odpowiednich zjawisk jest pierwszą próbą porównania obu podejść a następnie ich weryfikacji eksperymentalnej.

W pracy autorzy proponują analizę dwóch hipotez energetycznych w przypadku pseudolosowych obciążeń cyklicznych:

- element konstrukcji ulega zniszczeniu zmęczeniowemu gdy sumaryczna zmiana energii wewnętrznej (całkowita energia rozproszona w materiale pomniejszona o energię cieplną przekazaną do otoczenia) osiągnie wartość krytyczną,

- element konstrukcji ulega zniszczeniu zmęczeniowemu, gdy sumaryczna zmiana energii wewnętrznej pomnożonej przez funkcję zapominania osiągnie wartość krytyczną.

Kolejnym problemem jest tu wyznaczenie na drodze eksperymentalnej ilości ciepła przekazanego do otoczenia. Jest to trudny eksperyment nawet dla obciążeń cyklicznych przy stałej amplitudzie naprężenia. Dlatego też w pracy proponuje się wykorzystanie wyników badań eksperymentalnych, tj. wyznaczenie całkowitej energii rozproszonej w materiale (identyfikacja związków konstytutywnych) jak i energii przekazanej do otoczenia, dla cykli o stałej amplitudzie naprężenia.

Należy zauważyć, że u podstaw tych wszystkich hipotez energetycznych leży założenie o jednorodności (znikają wszystkie gradienty) naprężenia, temperatury, energii. Zatem przeprowadzone analizy dotyczą tylko stanów ustalonych.

## 2. SYSTEM OPROGRAMOWANIA

Naszym zadaniem będzie stworzenie w miarę uniwersalnego systemu oprogramowania:

- pozwalającego na zbieranie danych z eksperymentów badających zjawiska (w tym również krzyżowe) zachodzące w materiałach poddanych obciążeniu (tak w prostym jak i – docelowo – złożonym stanie naprężenia),
- zawierającego procedury identyfikacji (wyznaczania) parametrów modelu matematycznego zjawisk (głównie kumulacji energii),
- umożliwiającego możliwie wszechstronną weryfikację otrzymanych modeli,
- pozwalającego na symulacje procesów (i porównanie wyników z eksperymentem).

Dodatkowo oprogramowanie powinno pozwalać na demonstrację różnego rodzaju zjawisk (cykl obciążenia, pętla histerezy, wyznaczanie i zliczanie cykli, zjawiska reologiczne, programowanie właściwości materiału, efekty krzyżowe) na potrzeby dydaktyki (również nauczania na odległość). Dokładniejszy opis fragmentu tak działającego oprogramowania przedstawiono w (Maciejewski, Myszka 2000).

W szczególności zależy nam na rejestracji i analizie zjawisk zachodzących w warunkach obciążeń nieokresowych, „pseudolosowych” (programowanych) i losowych oraz badaniu materiałów tak klasycznych (metale), jak również kompozytów czy materiałów funkcjonalnych (smart materials) jak ciecze magnetoreologiczne czy materiały wykazujące właściwości gigantycznej magnetostrykcji.

Nie będzie to w żadnym przypadku jeden program o ogromnej uniwersalności, ale raczej zestaw procedur ułatwiających budowanie specjalistycznych programów użytkowych – chodzi nam o to, by zgromadzić w jednym miejscu oprogramowanie tworzone przez różnych ludzi przy różnych okazjach.

Praca ma również dodatkowy cel – uporządkowanie przetestowanie i zweryfikowanie wiedzy (i wzorów, modeli, teorii), której używamy z różnym powodzeniem w codziennej działalności. Rozpoczynając komputerową symulację jakiegoś zjawiska, zadajemy sobie pytania „czemu ten wzór?”, „czy na pewno taki?”, „czy te wyniki na

pewno mają sens?”

## 3. MODEL MATERIAŁU

### 3.1. Związki między naprężeniem i odkształceniem

Najczęściej stosowanymi, przy jednoosiowych obciążeniach cyklicznych, są związki między odkształceniem (odkształceniem plastycznym) Ramberga-Osgooda (np. Kocańda S. i Szala J., 1995). Jednakże model ten nie jest, w postaci proponowanej w literaturze, dobrym przybliżeniem jeśli rozpatrujemy cykle o różnych naprężeniach średnich. W pracy aproksymację związku między naprężeniem a odkształceniem plastycznym przeprowadzono również funkcją potęgową:

$$\varepsilon^p = \left( \frac{\sigma - \sigma_{\min}}{K} \right)^n + \varepsilon_{\min}^p \quad (5)$$

dla cyklu rosnącego i

$$\varepsilon^p = - \left( \frac{\sigma_{\max} - \sigma}{K} \right)^n + \varepsilon_{\max}^p \quad (6)$$

dla cyklu malejącego. Ograniczamy się tylko do związku między odkształceniem plastycznym i naprężeniem ponieważ tylko ten człon ma wkład w energię dyssypowaną w materiale. W przypadku gdy naprężenia minimalne i maksymalne są różnych znaków to przyjmujemy:

$$\begin{aligned} \sigma_{\min} &= 0 & \text{dla } \dot{\sigma} > 0, \\ \sigma_{\max} &= 0 & \text{dla } \dot{\sigma} < 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Powyższe założenie jest równoważne założeniu, że dla odciążenia zmiana odkształcenia plastycznego jest równa zero.

Dla tak przyjętego opisu możemy wyznaczyć energię rozproszoną w materiale zarówno dla cyklu rosnącego jak i malejącego:

$$\Delta W = \left( \frac{\Delta \sigma}{K} \right)^n \left( \frac{n \sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{n+1} \right) \quad \text{dla } \dot{\sigma} > 0 \quad (8)$$

oraz

$$\Delta W = - \left( \frac{\Delta \sigma}{K} \right)^n \left( \frac{\sigma_{\max} + n \sigma_{\min}}{n+1} \right) \quad \text{dla } \dot{\sigma} < 0, \quad (9)$$

Identyfikację takiego modelu możemy przeprowadzić projektując eksperyment na wiele sposobów, np.: wyznaczając naprężenia i odkształcenie dla stałych amplitud lub wyznaczając energię dyssypowaną w materiale (pole pętli histerezy). Jednakże, jeśli zastosujemy tak otrzymane parametry modelu do obciążeń pseudolosowych to może okazać się, że wyniki eksperymentalne bardzo różnią się od teoretycznych. Dlatego najlepiej byłoby przeprowadzić identyfikację na podstawie wyników badań otrzymanych dla różnych naprężeń średnich.

Analizę powyższego zagadnienia przeprowadzono dla wyników badań eksperymentalnych uzyskanych przez Kaletę (1995) dla stali ferrytyczno-perlitycznej Ck35. Dla tego materiału  $n=9.2$ ,  $K=536$ .

### 3.2. Zmiana energii wewnętrznej przy cyklicznym stanie naprężenia

Zmianę energii wewnętrznej otrzymujemy z bilansu energii dla układu termodynamicznego otwartego próbką-otoczenie, gdy zachodzi proces nieodwracalny:

$$\Delta W = \Delta I + \Delta Q + \Delta R, \quad (10)$$

gdzie

$\Delta W$  – praca wykonana nad układem (pole pętli histerezy),

$\Delta Q$  – ciepło wyemitowane do otoczenia,

$\Delta R$  – energia związana z innymi procesami (zakładamy, że jej wielkość jest pomijalnie mała).

Założenie o jednorodności pozwala na formułowanie powyższego bilansu w odniesieniu do jednostki objętości. Do wyznaczenia zmiany energii wewnętrznej konieczna jest zatem znajomość ilości ciepła wyemitowanej do otoczenia. W tym celu Błotny i Kaleta (1986) zaproponowali wyznaczenie mocy wydzielenia ciepłych, w trakcie cyklicznego obciążania, metodą modelowania wewnętrznych źródeł za pomocą prądu elektrycznego. W ustalonych warunkach cieplnych (temperatura, warunki wymiany ciepła) takich samych jak w próbach zmęczeniowych ogrzewano próbkę prądem elektrycznym o znanej mocy, dla której otrzymywano charakterystyczny rozkład temperatury – szablon. Porównując rozkłady temperatur z odpowiednimi szablonami określano ilość ciepła przekazaną do otoczenia.

Otrzymane wyniki zaproksymowano funkcjami potęgowymi (zarówno jako funkcje amplitudy naprężenia jak i liczby cykli), np.:

$$\Delta I = 8 \cdot 10^{-20} \sigma_a^{7.6}, \quad (11)$$

$$\Delta Q = 1.8 \cdot 10^{-29} \sigma_a^{11.7}, \quad (12)$$

$$\frac{\Delta I}{\Delta W} = 5.71 \cdot 10^5 \sigma_a^{-2.6}, \quad (13)$$

Uzyskano również wartości dla parametru  $\lambda$  (wzór (3)) oraz krytyczną wartość energii zniszczenia C:

$$\lambda = 1.88 \cdot 10^{-6}, \quad C = 10708 \text{ MJm}^{-3}.$$

Należy zwrócić uwagę, że wszystkie powyższe rozważania są prawdziwe tylko dla stanów ustalonych. Za początek procesu przyjmujemy chwilę gdy wartości parametrów wyznaczanych w eksperymencie, w szczególności amplitudy odkształcenia przy zadanej amplitudzie naprężenia, temperatury ustalą się. Zakładając istnienie funkcji zapominania założenie to jest w pełni uzasadnione. Początkowe cykle mają znacznie mniejszy wpływ na proces zmęczenia niż w hipotezach zakładających liniową kumulację obciążeń. Dla obciążeń losowych należałoby sprecyzować pojęcie stanu ustalonego. Najbardziej sensownym wydaje się założenie o stałości rozkładu temperatur.

## 4. SYMULACJA

Biorąc pod uwagę, że eksperyment zmęczeniowy zazwyczaj jest długotrwały i kosztowny – znacznie większy nacisk należy położyć na badania symulacyjne („eksperyment komputerowy” – nazwę „eksperyment wirtualny” rezerwujemy do innych celów, opisanych dalej).

Eksperyment służyć powinien do zebrania danych niezbędnych do identyfikacji modelu, a później do jego weryfikacji. Dalsze etapy obliczeń (zliczanie cykli, kumulacja energii,...) powinny być robione w sposób symulacyjny (i co jakiś czas weryfikowane eksperymentalnie). Takie podejście nakłada poważne wymagania na jakość modelu matematycznego badanego zjawiska (w naszym przypadku jest to funkcjonal opisujący zależność pomiędzy naprężeniem a odkształceniem).

Fakt ogromnego rozrzutu większości wyników badań eksperymentalnych z zakresu zmęczenia materiałów wydaje się negować zasadność symulacji komputerowych. Naszym zdaniem jest inaczej, ale jakość modelu matematycznego opisującego badany materiał ma kluczowe znaczenie.

Osobnym problemem jest kwestia charakteru „wymuszenia” i odpowiedzi materiału. Są to, wszędzie poza laboratorium, przebiegi o charakterze procesów stochastycznych, a w przypadku gdy rozwija się proces zniszczenia – o charakterze niestacjonarnym powiązane między sobą zależnością nieliniową.

Nie będziemy w stanie uciec od stosowania opisu tych zjawisk w sposób adekwatny (z użyciem języka probabilistyki). Niestety w tym zakresie możliwość uzyskania wyników analitycznych jest bardzo ograniczona. Tym większego znaczenia nabiera korzystanie z adekwatnego modelu i zaawansowanych metod symulacji komputerowej.

W pierwszym etapie badań stosujemy nieokresowe wymuszenia deterministyczne, żeby w jak największym zakresie przetestować metodę i w maksymalnym stopniu zweryfikować ją eksperymentalnie.

## 5. WIRTUALNA DYDAKTYKA I EKSPERYMENT NA ODLEGŁOŚĆ

Coraz więcej mówi się o „wirtualnej uczelni” (a ostatnio coraz częściej o „wirtualnej Politechnice”; co więcej okazuje się, że i Politechnika Wroclawska również bierze udział w takiej inicjatywie). Nauczanie na odległość przedmiotów technicznych bez dostępu do laboratorium nie może być uznane jako pełne!

Stąd różne próby opracowania również takiego oprogramowania, które może dawać wrażenie (złudzenie?) zajęć odbywających się w laboratorium nawet wtedy gdy nie możemy udostępnić odpowiedniego wyposażenia.

Rozpoczęcie prac nad opracowaniem jak kompletnego zestawu procedur wspomagających badania naukowe daje również szanse na stworzenie zrębów oprogramowania, które może znaleźć zastosowanie w wirtualnej dydaktyce.

Z jednej strony, albo będziemy potrzebowali zdalnego dostępu do prawdziwej maszyny zmęczeniowej (z zainstalowaną próbką), albo danych archiwalnych, albo realistycznych modeli. To kolejny powód podjęcia działań zmierzających do uporządkowania wieloletniego dorobku.

## LITERATURA

1. **Kocańda S., Szala J.** (1985): Podstawy obliczeń zmęczeniowych, PWN, Warszawa.
2. **Blotny R., Kaleta J.** (1986): A method for determination the heat energy of the fatigue process in metals under uniaxial stress. *Int. Journal of Fatigue*, Vol. 8, No 1, 29-33.
3. **Kaleta J.** (1998): Doświadczalne podstawy formułowania energetycznych hipotez zmęczeniowych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław.
4. **Maciejewski, Ł., Myszka, W.** (2002): Wirtualne laboratorium mechaniki, materiały konferencyjne XIX Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pękania, ATR Bydgoszcz.

## ENERGETICAL FATIGUE HYPOTHESIS FOR PSEUDORANDOM LOADS: SIMULATION AND EXPERIMENT

**Abstract:** The paper presents a method of energetical fatigue hypothesis analysis with cold work energy as critical quality for pseudorandom loads. Identification of models parameters has been proposed used experimental data for constant strain amplitude both for the relation between strain and stress as energy responsible for fatigue changes. Universal software for data acquisition, model identification and verification, and process simulation is proposed. Software built on the grounds of above schema is applicable not only in research but also in didactic that takes advantage of modern Internet technologies. These technologies let us engage remote students in a laboratory class and not only present static content of a lecture.

Pracę wykonano w ramach realizacji projektu badawczego nr 8 TO7A 014 20 finansowanego ze środków Komitetu Badań Naukowych.